

MICHELE PAGANO

Contributo teorico sperimentale
al calcolo delle volte autoportanti

Estratto dagli « Atti » dell' Accademia Pontaniana

NUOVA SERIE - VOLUME IV

Contributo teorico sperimentale
al calcolo delle volte autoportanti.

Nota dell'ing. MICHELE PAGANO
presentata dai soci A. GALLI e M. GLEJJESES

Il calcolo delle superfici sottili autoportanti presenta quasi sempre difficoltà analitiche inaffrontabili nella pratica tecnica; nella ipotesi di comportamento a membrana, per particolari curve direttrici e condizioni di carico si

sezione longitudinale

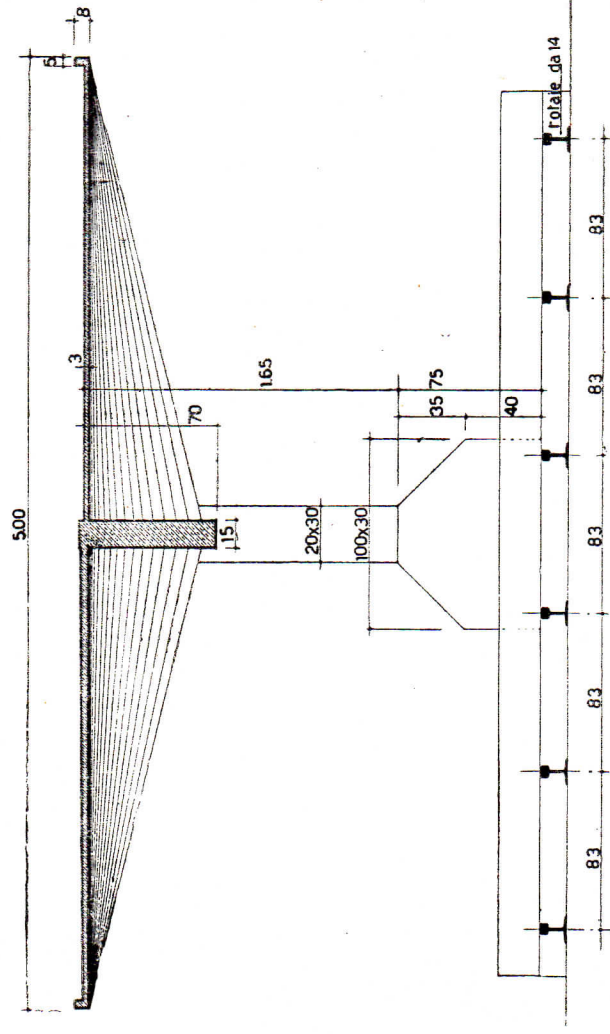


Fig. 1. - Sezione.

è in grado di determinare il regime piano degli sforzi; ove però si voglia tener conto delle effettive condizioni di vincolo ai bordi le difficoltà diventano notevolissime e si sanno superare soltanto per le volte a direttrice circolare, o ad essa riconducibili, attraverso sviluppi matematici molto laboriosi.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -2y \quad \text{nella sezione,} \quad [3]$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{1}{m} \left(xy \frac{dx}{dn} + \frac{y^2 - x^2}{2} \frac{dy}{dn} \right) \quad \text{al contorno.} \quad [4]$$

La funzione ψ , legata direttamente alla forma della sezione trasversale, si sa effettivamente determinare soltanto in casi particolari³; ove si facciano opportune semplificazioni che per le strutture sottili si possono introdurre in virtù dell'esiguo spessore, la conoscenza di ψ e quindi quella delle tensioni secondarie è sempre possibile. Ad esempio, per il caso molto comune di carico uniforme, dalla [1] si ottiene

$$\sigma_z = E \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{p}{I_x} \left[\psi - \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)_0 y \right] \quad [5]$$

e quindi, attraverso il rispetto dell'equilibrio, la correzione del diagramma lineare di Navier.

Nella presente nota si riferisce su due criteri adottati per la determinazione della funzione ψ e sulle valutazioni sperimentali che consentono di stabilire quali condizioni di vincolo ai bordi e di irrigidimento trasversale debbano verificarsi perché sia attendibile la ipotesi di comportamento di trave.

Il primo criterio attribuisce alle sollecitazioni tangenziali i valori corrispondenti alla nota trattazione approssimata del taglio dovuta allo Jourawski⁴

$$\tau_{zy} = \frac{T_y S_x}{I_x b}, \quad \tau_{zx} = \frac{T_y S_x}{I_x b} \cotg \alpha; \quad [6]$$

eguagliando le relazioni [6] a quelle corrispondenti della teoria esatta

$$\begin{aligned} \tau_{zy} &= \frac{m}{2(m+1)} \frac{T_y}{I_x} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{y^2 - x^2}{2m} \right) \\ \tau_{zx} &= \frac{m}{2(m+1)} \frac{T_y}{I_x} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{xy}{m} \right), \end{aligned} \quad [7]$$

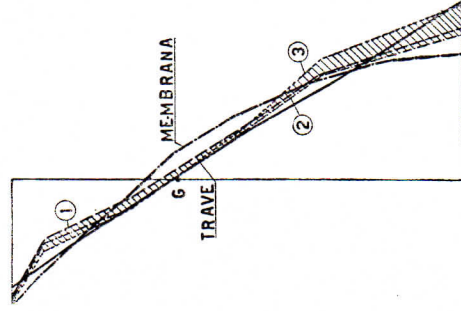
si ottengono espressioni delle derivate parziali della funzione ψ .

Per tale via, integrando, si può soddisfare soltanto ad una delle due condizioni [3] e [4]; per la lastra rettangolare l'adozione di questo criterio conduce a risultati esatti.

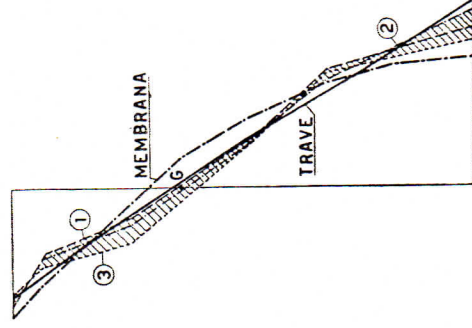
Il secondo criterio utilizza la funzione di tensione della trattazione di Griffith e Taylor⁵, definita attraverso le posizioni

$$\Delta_z \Phi = O \quad \text{nella sezione} \quad [8]$$

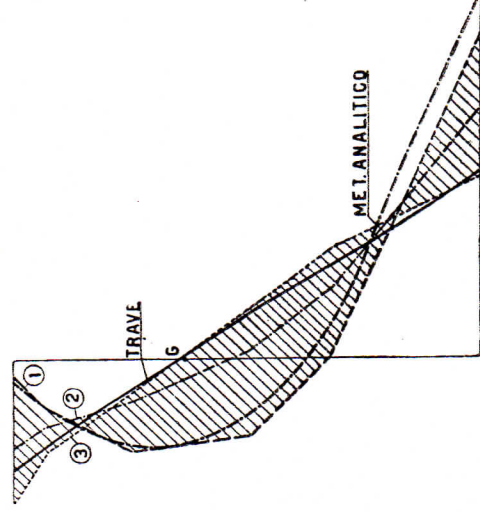
$$\frac{\partial \Phi}{\partial s} = \left(\frac{T_y y^2}{2 I_x} - \frac{1}{2(1+m)} \frac{T_y x^2}{I_x} \right) \frac{dy}{ds} \quad \text{al contorno;} \quad [9]$$



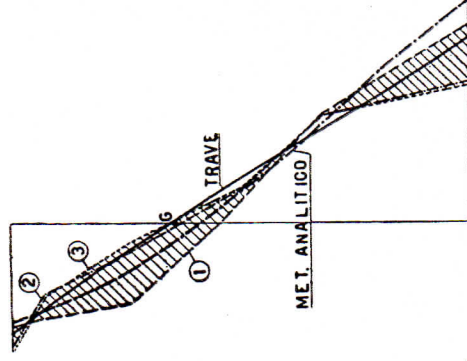
a) sovraccarico uniforme - bordi longitudinali liberi.



b) sovraccarico uniforme - bordi longitudinali vincolati



c) peso proprio - bordi longitudinali liberi.



d) peso proprio - bordi longitudinali vincolati

Fig. 4. - Diagrammi delle tensioni in mezzeria.

Si riportano (tav. II, III) le linee di egual tensione ricavate per il piano medio secondo le quattro direzioni a 45° ; le evidenti simmetrie ed emisimmetrie dei diagrammi confermano l'attendibilità dei risultati.

NOTE

¹ A. GALLI, *Nuovo metodo di calcolo delle volte cilindriche autoportanti* in « Ricerche d'ingegneria », anno X, n. 6, novembre-dicembre 1942.

A. PARIS, *Voutes cylindriques autoportantes* in « Travaux », anno 34^o n. 186, aprile 1950, pag. 268.

H. LUNDGREN, *Cylindrical shells*, vol. I, Copenhagen, 1951.

² A. GALLI, *Scienza delle costruzioni*, Napoli, Pellerano, p. 120.

³ A. GALLI, *op. cit.*, p. 244.

⁴ A. GALLI, *op. cit.*, p. 259.

⁵ A. GALLI, *op. cit.*, p. 255.

⁶ G. KRALL, *Strutture in foglio*, in « Questioni di matematica applicata », 1^o convegno, Bologna, Zanichelli, 1936.

⁷ Gli apparecchi estensimetrici elettrici utilizzati sono stati messi a disposizione dal prof. P. Ferretti direttore dell'Istituto Naz. dei Motori e successivamente dal prof. F. Jossa direttore dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni della Facoltà di Architettura di Napoli; ad essi esprimo il mio vivo ringraziamento.

MICHELE PAGANO, *Contributo teorico sperimentale al calcolo delle volte autoportanti.*

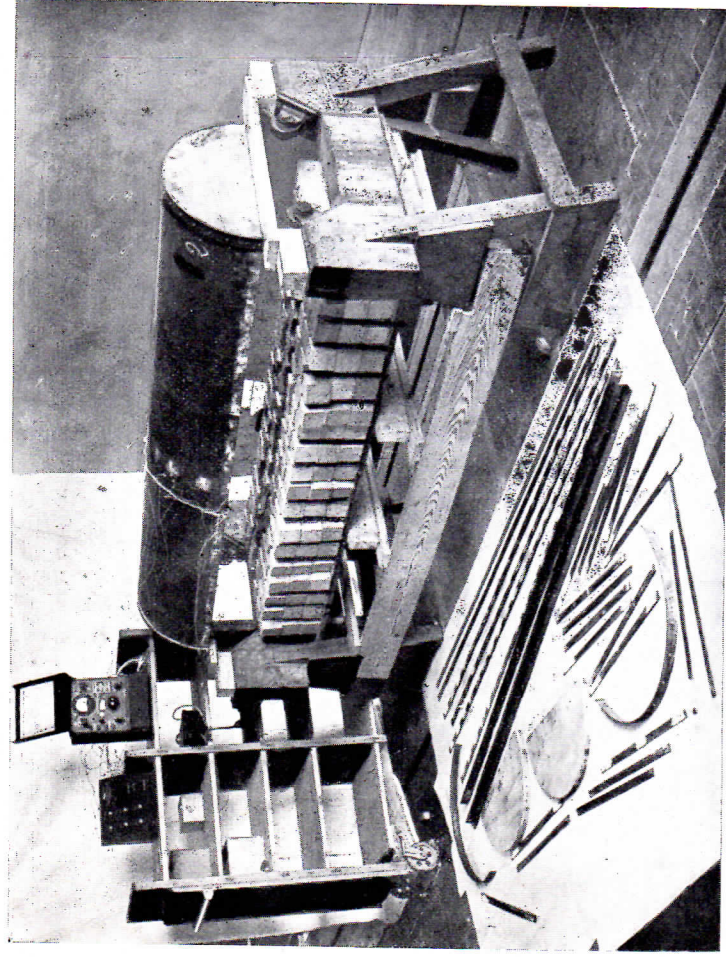
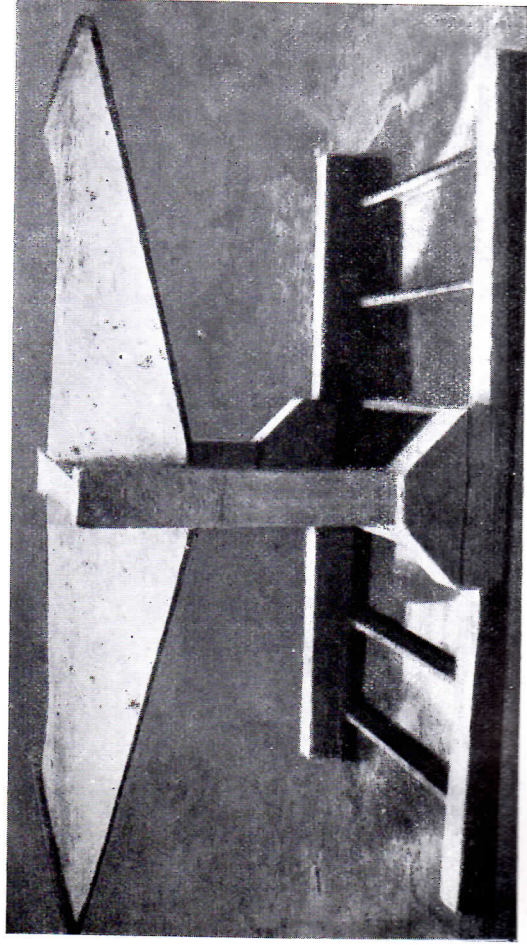
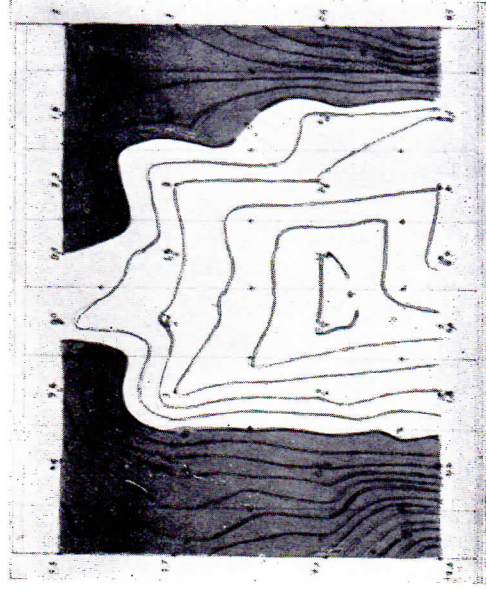


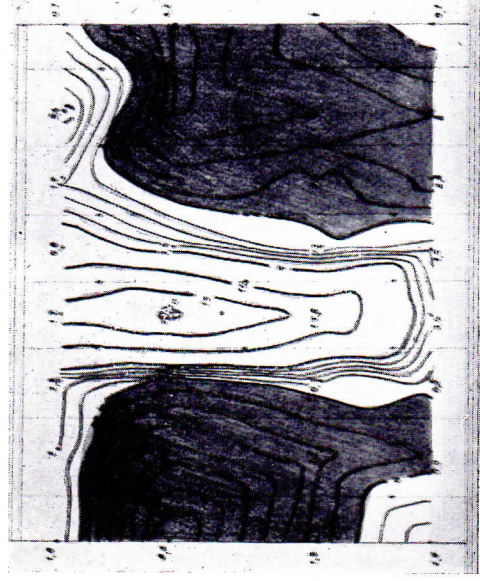
Fig. a.



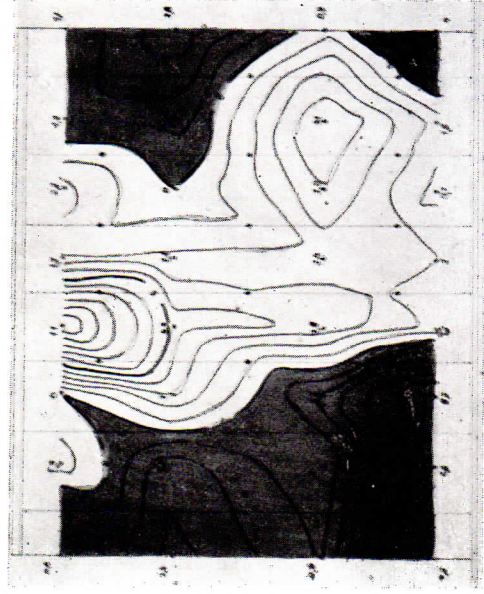
MICHELE PACANO, *Contributo teorico sperimentale al calcolo delle volte autoportanti.*



c) isodeformate in direzione longitudinale.



b) isodeformate in direzione trasversale.



a) isodeformate a 45° (destra).



b) isodeformate a 45° (sinistra).